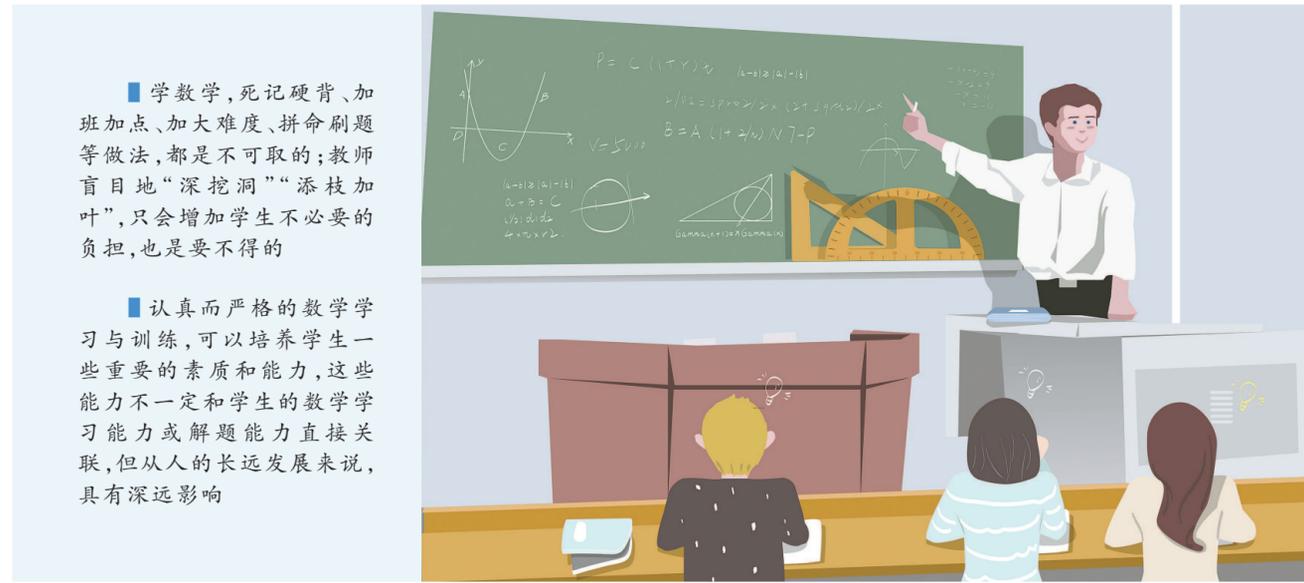


# 好的数学教材往往“单刀直入”

## ——专访上海中小学新编数学教材主编、复旦大学李大潜院士



■本报记者 姜澎

当记者见到中国科学院院士、复旦大学数学科学学院教授李大潜时，他

正在修改一份PPT文稿，那是为小学教师进行新教材教学辅导的讲义。今年9月，由他主编的小学数学新教材已正式启用。从2016年就开始主持编写上海

中小学数学教材至今，每次新教材启用前，李大潜都会参与为中小学教师授课，解读新教材并讲解数学教学方法。他最希望的就是数学教学能够回归本

源，数学课能成为大家喜闻乐见、可敬可亲的一门课程。近日他接受了记者专访，畅谈对数学教育的理解以及在数学教材编写过程中的一些感悟与思考。

### 中学和小学的数学教学目标本就不同

最多的一门功课。不少学生对数学是喜欢和热爱的，却不太注意对数学的理解与感悟。他们花了不少时间与精力去刷题，学习负担虽重，却远未达到应有的效果；还有少数学生觉得数学抽象、难懂甚至神秘，因此望而生畏，甚至避之唯恐不及。所有这些，都不是我们希望看到的。

我们希望通过教师与学生的共同努力，使数学成为一门容易为学生接受，真正喜闻乐见、学习负担不重的课程，而且要让学数学越学越有趣，越学越觉得数学内容丰富多彩、奥妙无穷，深深地为其吸引和陶醉。

这是我们的一个理想，我也相信，

通过努力，它是一定可以逐步实现的。

文汇报：从小学到高中，您认为不同年龄段的学生在学习数学方面有些什么不同的特点？

李大潜：对于不同的阶段，学习数学的具体要求应该有所区别。小学首先应该培养学生学习数学的兴趣，其次是帮助学生树立良好的学习习惯，最后才是帮助学生掌握一些必要的数学知识。最后一点自然重要，但要避免实际上容易出现的苛求，尤其不能拔苗助长，以免适得其反。

在中学阶段，要使学生逐步认识到数学是一门重理解和思考的学科。数学要学好，主要看三点：一是理解是否深

入；二是运作是否熟练；三是表达是否清晰。这里所说的“运作”，泛指推理及计算。以上这三点中，最重要的是理解，只有理解深入，才能真正达到运作熟练及表达清晰这些外在的表现和要求，掌握数学的精髓。

因此，我们在编写教材时就希望能真正抓住中小学数学教育的基本要求，不添枝加叶、故弄玄虚，力求用朴实无华且单刀直入的方式展开教学内容，既要图文并茂、引人入胜，又不拖泥带水、重复拖沓，尽量给学生明确而清晰的印象，真正帮助他们理解与掌握基本的内容，使学生的数学知识随着年龄的增长逐步进步，充分体现数学学科的育人价值。

### 数学教材不是为少数人才而写，要面向全体学生

长远考虑，要为他们今后在各行各业发展打下良好而终身受益的基础，一方面，要帮助中小学生学习好数学，不应对他们提出不切实际的过高要求，使他们不堪重负；另一方面，他们中真正热爱数学的少数人，将来也可以在此基础上进一步取得出类拔萃的成绩。

同时，数学要学好，一定要抓住关键。死记硬背、加班加点、加大难度、拼命刷题等做法，都是不可取的。教师盲目地“深挖洞”“添枝加叶”，只会增加学生不必要的负担，也是要不得的。数学学习要重视理解与思考，要引导学生重视数学的精神实质和思想方法，教材编写及教师教学首先要把握好学科的本质与重点，朴实无华、单刀直入的教学方式才能掌握关键、化繁为简，真正对学生有帮助、有启发。

文汇报：近年来大学里的教学系报考越来越热，中小学对于数学学科的重视程度也在不断提升，对于学生来说，学好数学真的这么重要吗？

李大潜：要回答这个问题，首先要认识数学这门学科本身的重要性。长期以来，在人们认识世界和改造世界的过程中，数学作为一种精确的语言和有利的工具，一直发挥着举足轻重的作用。尤其是当下，数学是

科学的重要基础，是人类文明的重要支柱，在很多领域中已起着关键性、甚至决定性的作用。数学的美学意义也逐渐被更多人认知。这样，不仅在中小学，在大学的很多系科中，数学都是最重要的必修课程，这是理所当然的。但这仅仅是问题的一个方面，要搞清为什么要学好数学，还要深入了解学好数学对一个人成长的重要作用。

数学是一门重思考与理解、充满创造性的学科，只有掌握了数学的精神实质和思想方法，才能由不多的几个公式演绎出千变万化的生动结论，显示出无穷无尽的威力。学生通过认真学习和严格训练，可以具备一些特有的素质和能力。这些素质和能力是其他课程和实践无法替代和难以达到的。而且，即使所学的数学知识随着时间的推移已经淡忘，这些素质及能力作为一个人的数学素养仍将伴随终生，始终发挥积极的作用。

这次的这本新编数学教材，我们着重强调了培养学生数学素养的重要性，并列出了数感、抽象能力、空间观念、几何直观、数据观念、运算能力、推理能力、模型思想以及应用意识与创新意识等方面，这些就数学学习本身而言都是很重要的。

认真而严格的数学学习与训练，

还可以培养和促进学生的一些重要的素质和能力，这些能力不一定和学生的数学学习能力强弱直接关联，但从人的长远发展来说，具有深远影响。比如，使人认真注意事物的数量方面及其变化规律，而不是“胸中无数”，简单地凭感觉、“拍脑袋”做决定、办事情；使人保持思路清晰，条理分明，有条不紊地处理头绪纷繁的各项任务；使人面对错综复杂的现象，能分清主次，抓住主要矛盾，井然有序、有效地解决问题；培养认真细致、一丝不苟、锲而不舍的作风与习惯；形成精益求精、力求尽善尽美的风格等等。

同时，数学教育本质上是一种素质教育。这种素质教育不能靠空谈的说教来体现，也不是从外部强加进来，而是数学教育本身所固有的。只有以传授与学习数学知识为载体，通过严格认真的数学学习和训练，才能将种种微积分、解析几何及高等代数等学科，不懈地进行了学习和钻研，这使他们具有了一个宽阔的知识面及视野，从而使得他们在数学上能够举重若轻、深入浅出，具有深受后人怀念的一代宗师的品格。

数学教育，谈的是关于数学的教育，其前提是对数学这个学科深入的感悟和理解，而不是其他任何看似高深及动听的教条，这是我们应该着力努力的方向。

### 一味地“深挖洞”迷失了教学本质，增加学生负担

面来说。

一方面，对于以往教材中曾经重点讲授过的传统的数学内容，我们在教材的编写中曾动了不少脑筋，尽量给学生带来明确而清晰的印象。应该说现在的教材在这方面已经有了积极的变化和改进。

另一方面，由于课程标准的要求，新编教材的内容有了一些较大的调整，特别是增加了过去很少涉及的统计概率及综合与实践这两个板块，这些对不少老师可能是比较生疏的。

虽然我们在编写中已和其他内容一样做了认真的推敲，但对广大教师来说，还是会有一些学习和适应的过程。编写者和有关教学组织部门也一定会努力地加强培训工作，帮助大家更好地理解教材的编写意图，尽快地适应新教材的教学工作。

文汇报：新教材使用后，会给中小学

文汇报：您从2016年就开始参与中小学数学教材编写，编好一套教材关键在什么地方？

李大潜：编好教材的关键不在技术层面上种种细节，首先要厘清有关指导思想，并在编写人员及广大教师中尽可能统一思想。

我在教材第一页“主编的话”中谈的就是新编教材的总的指导思想。这不仅是给学生看的，也给教师和家长看。只有大家都理解并形成共识，才能一起努力实现教材所要达到的目标。单给老师说一些看似鼓励的话，而不与教师及家长沟通交流，是远远不够的。

数学是绝大多数学生一生中得

文汇报：复旦大学数学系从苏步青先生开始就有关注基础教育中数学教育的传统，但是由名高校教授参与中小学教材编写，会不会导致课程难度越来越大，学生负担越来越重呢？

李大潜：我的老师苏步青教授上世纪60年代就主编了上海的中学数学教材。他在80多岁高龄时，为了提高中学教师的数学水平，还专门为上海中学教师开设了系列课程——从高等数学观点看初等数学，在教育界产生了很大影响。

上海于2016年建立“立德树人”基础教育课程基地，我任数学复旦基地的负责人，并与华东师范大学数学基地的负责人王建磐教授一起主编上海高中数学教材。2022年起，又由我主编上海市新编小学及初中的数学教材。

因为这一安排，很多复旦大学数学科学学院的教授和华东师范大学的编写团队及中小学一线教师们一起积极参与了教材的编写工作。

由复旦这样在数学上有深厚积淀的单位参加中小学的数学教学改革，会不会导致课程要求愈来愈高、难度愈来愈大、学生负担愈来愈重，从而出现“曲高和寡”的局面呢？

情况恰恰相反。

因为我们深知，中小学生的数学教材，面对的是全体中小学生的。从他们的

文汇报：和以往相比，新教材增加了哪些新内容？

李大潜：现在的教材是在上海市一、二期教材的基础上编写的，既不“无中生有”，也不“推倒重来”。一、二期教材中好的经验和成果应该充分地借用与吸收，但原有教材从现在的观点或实践效果来看，确有不少不适应而应修改的地方。

照理说，教学的实践愈充分，教学内容应变得愈来愈简明、精炼，学生也愈来愈容易学。但不幸的是，近年来数学教学中“深挖洞”的现象愈来愈严重，教学内容愈来愈多，枝枝蔓蔓，渐趋繁琐，迷失了教学应强调的本质及要点，学生的负担反而更重了。因此，下决心坚持朴实无华的原则，削枝强干，舍末求本，还教材及课堂教学一个简明清晰的面貌，这是我们这次编写教材动了不少脑筋的地方。

新的教材是不是很难？要从双方

■王维克

在中国，数学科学被提到了前所未有的重要地位。早在2019年，科技部、教育部、中国科学院、自然科学基金委就发布了《关于加强数学科学研究工作方案》的通知，要求持续稳定支持基础数学科学，加强应用数学和数学的应用研究。

近年来，随着人工智能和相关技术的兴起，进一步加强了不少人想“爱一下数学”的冲动。但很快大家就触到：数学，想和它亲近，稍稍深入地了解一下它，并不容易。

### 数学书籍的界面，为何这么“不友好”？

先说一个真实的故事。笔者从事科普讲座，从“七桥问题”说到“拓扑学”，从“七桥问题”中的桥是画直线还是曲线都是一样的，引申到只要不产生新的连接点和断点，所考虑的对象在拓扑学意义下都是一样的。所以，拓扑学有“橡皮泥”几何学的雅号。有听众被这通俗的“拓扑学”所吸引，找来一本关于拓扑学的讲义想“亲近”一下拓扑，但是，这类书的一个定义通常是长这个模样：

定义1：设X是一个非空集合，X的一个子集 $\tau$ 称为X的一个拓扑，如果它满足：

- 1) X和 $\emptyset$ 都包含在 $\tau$ 中；
- 2)  $\tau$ 中任意多个成员的并集仍在 $\tau$ 中；
- 3)  $\tau$ 中有限多个成员的交集仍在 $\tau$ 中。

让人诧异了！“橡皮泥”几何学在脑海形成的印象，无论如何也不会和上面的这段文字发生联想。没有很好的数学素养，很难理解这两者之间的联系。数学书籍界面的不友好，成为普罗大众亲近数学的拦路虎。

### 数学为什么总是这么抽象？

数学界面不友好，原因是多方面的，其中之一是数学研究对象的一般性。

以“距离”这个概念为例。在中学，我们学习距离很简单：两点之间的距离就是用直线连接这两点之间的长度。但面对大千世界的一般性，情况就不一样了。

比如航海。从中国上海到美国旧金山，内行的人都知道，在这个地球上测量距离是不能画直线的，要画大圆（或者称测地线），即过这两点和地球的一个平面与球面的截线。因为画直线会带来一个风险，那就是你要从海底穿过，甚至穿过地心，而这可能比宇航员上天还更难一些。

再比如，假设你在电影院里的位置是第一排第三号，第一排第三个就是一个向量。你看见你的朋友坐在第二排第五号。你们位置的距离，当然可以拉一个直线，但是计算比较麻烦，需要用勾股定理。但也有别的办法，就是把第一排和第二排相减取绝对值，然后第五号和第三号也相减取绝对值，这两者相加也可以是距离。前者的距离是我们在中学里面学过的距离，后者则不是中学里学过的距离。

再考虑更复杂的两个人之间的距离。你可以定义两个人的物理距离，可以是人的重心到重心的距离，也可以是两个人鼻尖到鼻尖的距离。如果两个人直视并相对时，这一距离的定义应该是最恰当的。此外，我们还可以定义两个人身体素质的距离，两个人心灵关系的距离，还有两个人心灵的距离等等。

其中，两个人心灵的距离是一个很有意义的题目，这确实可以尝尝试试。比如，我们可以像电视节目上那样做一些测试。就是看两个人默契的程度。询问一对朋友或者夫妻，他们两人在网上喜欢浏览什么？晚上休息的时候会做什么？若喜欢的东西和志趣一致，表明他们两个距离很近，如果不一致，那两人之间的距离可能比较远。

当然，类似的问题还可以不断更新，比如两个函数之间的距离，两个公司之间的距离，两支股票之间的距离等等。有了这样一些“距离”的实例以后，我们的问题是：你如何定义一个一般的距离来涵盖上面形形色色的距离呢？

这就变成一个看似困难的问题了。如此一来，我们就需要整理思路，另辟蹊径。显然，对于数学上一般的距离，我们不是具体指明它是什么，也无法指明它是什么，而是说它具有什么属性。

这一思维方式其实并非数学所特有，查一下《现代汉语词典》。说到“橙”这个词条时，它的解释是具体描绘的，它说：“①常绿乔木或灌木，叶子椭圆形，果实圆形，多汁，果皮红黄色，味道酸甜。②这种植物的果实。”前者是指橙树这一植物，后者为这种植物的果实。但如果查《现代汉语词典》关于水果的词条，它就不能如此具体指明

了。它也是对属性用描述性的语言。那么，属性是什么呢？《现代汉语词典》上这样给予叙述：“水果：可以吃的含水较多的植物果实的统称，如苹果、梨子、桃。”前面一句话其实已经定义完了，后面是怕说不清，再举例说明。

所以，当我们在讨论一个对象时，在清楚地知道属性后，就可以用属性准确地抓住这个对象。我们在中学学习过的距离——两点间距离，只是距离的一个特例。要给出一般的距离定义就要用属性的描述。那么距离最重要的属性是什么？

首先，距离应该是可以测量的，并且它应该没有方向，即A到B的距离和B到A的距离一定要一样。两个不同的对象对应的数一定要大于零，两个相等的时候要等于零，即非负性。如果有三个对象，那么A和B的距离，B和C的

距离加起来，应该大于等于A和C的距离。这就是三角不等式。不仅如此，我们还要解决一个问题，那就是如何用没有歧义的语言写出来。首先，因为我们谈的不能仅仅是“数”或者“点”的距离，因为我们也可以谈人的心灵的距离，所以这个距离定义就不能仅仅限制为实数或者向量讨论，应该定义到一个一般的集合上。我们第一句话是：“X是一个非空集合”，空的集合也不能谈距离，是个非空集合。然后要

任给一对这个集合的元素x和y，让这对元素对应一个实数。下面看这个实数满足什么条件：第一，这个实数要求大于等于零，即“非负性”，仅仅当它两个元素相等的时候，它等于零，这是充要条件；第二是我们讨论时说到，x和y的距离与y和x的距离要相等，这个是它要有“对称性”；第三是集合中的任意三个元素，它要满足三角不等式。把刚才讨论的这么多话用精炼的数学语言写下来就是：定义2：设X是一个非空集合，任给一对这个集合的元素x和y，给定它一个实数d(x, y)，如果它满足：

- 1) 非负性：d(x, y) ≥ 0，当且仅当x=y时，d(x, y)=0；
- 2) 对称性：d(x, y)=d(y, x)；
- 3) 三角不等式：d(x, y) ≤ d(x, z)+d(z, y)。

那么则称d(x, y)是集合X上的距离。

好，这个“距离”不妨看作上面讨论出来的造物，是在我们手上产生的。那大家是不是觉得它还是比较亲切。当然，由于课时的限制和听课对象的多样性，教师上课一般不会采用这种讲法。数学书一般也不会讲前面讲的那么多话，数学书开篇就提定义，直接给出上述距离的定义。学习数学的学生也会抱怨，数学怎么这么抽象，完全不知道这个定义在说什么。

### 如何做数学科普更有效？

回顾这段“旅程”，我们的收获是什么呢？就是一旦讨论的对象不是具体指的，而是一个泛指的对象，我们就要去抓它和问题相关的最重要的属性，并把其他的属性全部忽略。

比如说距离，不是考虑是直线还是折线，哪种定义方法距离更短一些，这些东西没有了。把关键的三个属性找出来，这就是抽象。所以有了这样一些经历，我们就大致知道数学的定义如何形成。至少从一个侧面知道数学的游戏是如何玩的，说不定有的读者还悟到“数学游戏”的一两个通关秘诀。

在这里，我们需要理解数学定义叙述之所以如此抽象，其实有一个重要原因，即是对于数学定义的“责任重大”。就以这里的距离定义来说，定义要对大千世界的所有距离负责，不是仅仅对一个具体的距离作定义，而是要从属性出发，指明“有什么”。

从这个角度来说，数学家的视野就是王者的格局。当然用“有什么”的属性来描述对象，是有悖于人们惯常的思维方式的，也就形成数学书籍界面的不友好。

从另一个角度讲，如何搭起公众与数学科学的“鹊桥”，是数学工作者的一项重要使命，特别是在当今信息科学需求日益高涨的环境下，让喜欢数学的公众比较容易地爱上数学，其实是有切实的途径可探索的。这里有两点建议：

一是任何一门数学讲座或者数学课程，刚开始一定要有让公众可以理解的入门介绍，要“先情后理”，宁愿牺牲一点严格性，语言也要尽量有画面感和情感。当大家大致知道你想玩什么游戏，且主动探究时，你再更多地讲数学严密性的“理”。

二是介绍任何一个新的数学概念和数学思想，一定要符合大多数人理解事物的习惯，本文前述讲解“距离”的定义，从“具象”到“抽象”应该是好的办法之一。

新的时代需要数学，让我们共同努力，让更多的人爱上数学！

（作者为上海交通大学特聘教授、上海数学会副理事长）

本版图片：视觉中国