

古代算书中的“投”和数学解题时的“设”

——略谈张家山汉简中的《少广》与“投”字

艾俊川

《算数书》这个“投”字，既可训“取”，又可训“置”，但“取”和“置”独立使用时是两个相反的动作，并非同义词，只有摆设物品，从一边取来，到另一边放下，“取”和“置”对应着移动中的同一物体，才能表达同一过程。

1 986年出土于湖北江陵的张家山汉代竹简，内有一部《算数书》，内容与我国最早的传世数学著作《九章算术》接近，成书年代则早于后者，在数学史研究中地位重要。

《算数书》有《少广》一章，内列一亩之田已知宽度、求其长度的解题方法和算题集。“少广”是古代“九数”之一，著名的数学课题，《九章算术》也专列一章，包含以最小公倍数通分、开平方、开立方等复杂公式和算题。《算数书》中的《少广》没有这么多内容，只是提供一个简便算法，用来解决生活中的土地步量问题。

对《少广》的整理注释，主要有彭浩先生《张家山汉墓〈算数书〉注释》的相关部分（科学出版社，2001年）与纪志刚先生《〈算数书〉“少广”“大广”二问的释读与校勘》（《自然科学史研究》，第24卷第3期，2005年）。现在看来，两个注本都有未惬之处，并且文中有一个难识之字，众说纷纭，影响到对文义的理解，有必要再作讨论。

下面从《张家山汉墓〈算数书〉注释》节录《少广》的术文部分：

少广

教（求）少广之术曰：先直（置）广，即曰：下有若干步，以一为若干，以半为若干，以三分为若干，积分以尽所教（求）分同之，以为法。即藉（藉）直（置）田二百四十步，亦以一为若干，以为积步，除积步，如法得从（纵）一步。不盈步者，以法命其分。

文中有几处通假字。第一个字前后出现两次，彭浩将其隶定为“救”，读为“求”，引来不少商榷意见。下面“直”读为“置”，“藉”读为“藉”，“从”读为“纵”，都是算术用语，在出土文献中常见，没有异议。

对彭浩释为“救”的字，吴朝阳释为“扱”，谭竞男释为“牧”，均取义为“求”，指“求解”“求取答案”。按“求”义在文中扞格难通。在第一处，“少广之术”是用来解题的现成方法，下面运算都据此进行，若此字确为“求取答案”之义，就应当说“以少广之术求之”，而非“求

少广之术”，否则就变成对“少广之术”本身的推演了。岳麓书院藏秦简《数》“少广术”的类似起首语句，为“述（术）曰以少广”、“即以少广曰”，所用词皆为“以”，与“求”义无关。该简行文中又说“以少广求之”，可见古人言辞简练而逻辑严密。（见肖灿《岳麓书院藏秦简〈数〉研究》，湖南大学博士论文，2010）在第二处，如果真是“所求分”，而且能相加（“同之”），那是“所求”已有结果，但实际情况是运算刚刚开始，远未有答案。所以这两处都不会是“求”义。

程少轩先生《小议秦汉简中训为“取”的“投”一文》（《中国文字学报》，第七辑，2017），将此字与放马滩秦简《钟律式占》中字形相同而较清晰的“投”字进行综合研究，认为此字也是“投”，在算数书中应训为“取”。

这是个通达的解释。在“取”的“采用”之义上，《少广》两处文字均可讲通，第一处即“取用少广之术”，第二处即“将所取用的算筹相加”，但若使用“求取”之义，依然不通。

既然此字即放马滩秦简中的“投”字，我们可以利用该简中的训诂资料更进一解（下文所引放马滩秦简文均据《秦简牍合集4 放马滩秦墓简牍》，武汉大学出版社，2014）。

放马滩秦简中很多占法需要通过计算来进行，程少轩文中举出不少例子，但有一条与我们现在讨论的问题密切相关，他没有提及：

凡阴阳钟，各爻（投）所卜大娄（数）曰置娄（数）者。（《阴阳钟》，第130页）

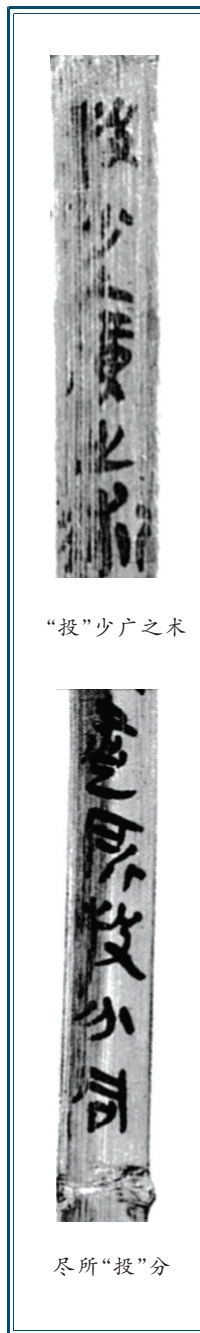
此句通过“曰”建立起一个等式，“投大数”=“置数”，也就是“投”=“置”。

再看程少轩引用的两段文字：

凡人来问病者，以来时投日、辰、时数并之。（《问病》，第142页）

占病者，以其来问时直日、辰、时，因而三之。（《占病》，第144页）

程少轩认为从“直日辰时”可知占卜是用求卜时刻的天干、地支、时辰对应的具体数值



▲ 张家山出土《算数书》之《少广》，右数第9行起，据《张家山汉墓竹简（二四七号墓）》，文物出版社，2001年

计算，但未揭出这两句也直接表明“投”的词义等同于“直”。他将“直”读为“值”，解为“数值”，则可商榷。此“直”应和《算数书》中的“直”一样，释为“置”，即用算筹摆出数字，给出计算条件。上引文“置”用在“日辰时”前面，所置确是它们的数值，但“置”本身并不是数值。

用算筹摆出数字，给定条件，在《九章算术》中统称为“置”，在出土秦汉文献中多写作“直”，它们是没有争议的一

对通假字。

传 世文献中也偶有“投”用作“置放”之义的例子。承郭永秉先生指示，《老子·德经》中“兕无所投其角，虎无所措其爪”，“投”与“措（措置义）”对文，也可能是“置放”的意思。

《算数书》这个“投”字，既可训“取”，又可训“置”，但“取”和“置”独立使用时是两个相反的动作，并非同义词，只有摆设物品，从一边取来，到另一边放

下，“取”和“置”对应着移动中的同一物体，才能表达同一过程。摆放算筹，这边放下多少枚，等于从那边取来多少枚，所以既可以说“取筹”若干，又可以说“置筹”若干，如换用一个能概括整个过程而包容“取”“置”二义的词，应该是“设”。

秦汉时“设”和“置”词义极近，毋须详辩；“设”与“取”也词义相近。如《管子》卷十三“心术上”：“感而后应，非所设也；缘