

“破解”黎曼猜想：数学中没有“不可知”

■纪志刚

今年9月24日，中秋节，对中国人来说是“惟有今宵，皓彩皆同辉”；在西方，则是一个周末之后普通的星期一。

然而，这一天却让全世界“定格”。因为在此之前的几天，有消息传出，英国著名数学家、菲尔兹奖和阿贝尔奖双料得主迈克尔·阿蒂亚爵士

(Michael Atiyah)，将于9月24日在“海德堡获奖者”论坛上宣布他证明了“黎曼猜想”。

消息首先发布于海德堡论坛公布的议程，以“黎曼猜想”为题，阿蒂亚报告的摘要则是：黎曼猜想是自1859年来著名的未被解决的问题，我将用完全不同的新方法给出一个简洁的证明。这一证明建立在冯·诺依曼、希策布鲁赫、狄拉克工作的基础上。这一消息立刻在网络上引发了一场“地震”。

有人说，“数学界将出大事，黎曼猜想已被证明！”但也有媒体十分谨慎，提醒人们别开心得太早。有一种观点甚至认为：“黎曼猜想”的后面是史诗级灾难，并称“真正的恐惧来了！这一数学猜想的破解可能会毁灭所有的数字货币！”

为何一则数学猜想能引发如此强烈的关注？

人们也自然要问：黎曼是谁？什么是“黎曼猜想”？它的意义何在？

“黎曼猜想”至今悬而未决，既未被证明也未被推翻

当代数学中大约有1000条以上的数学命题是以黎曼猜想(或其推广形式)为前提的。这就是说，黎曼猜想一旦被证明，那1000多条数学命题都可以“荣升”为数学定理；反之，如果黎曼猜想被推翻，这1000多条数学命题大部分就成了“陪葬”。

1826年，黎曼出生于德国汉诺威的小镇布列斯特茨，他的父亲是一位牧师。1846年，黎曼进入哥廷根大学，受父亲的影响，他主修哲学和神学。幸运的是，他迷上了高斯的数学讲座，在得到父亲的允许后，改学数学。在大学期间，他有两年时间去柏林大学就读，深受雅可比和狄利克雷的影响。1851年，黎曼在柏林大学获博士学位。按照德国惯例，博士学位只表示一个人的学术水平，并不能据此在大学任教。为了获得大学教职，黎曼向哥廷根大学递交两篇论文：《论傅里叶级数》和《关于作为几何学基础的假设》，前一篇作为讲师资格审查材料，后一篇作为就职演说。1854年6月10日，在哥廷根大学的教员大会上，黎曼做了就职演说，年轻的高斯就坐在台下，露出赞赏的笑容。

黎曼的演说发展了高斯关于曲面的内蕴微分几何，提出用流形的概念理解空间的实质，用微分弧长度的平方所确定的正定二次型理解度量，建立了黎曼空间的概念，把欧氏几何、非欧几何包进了他的体系之中。1854年，黎曼成为哥廷根大学的无薪讲师，1857年升为哥廷根大学的编外教授。1859年，他接替狄利克雷成为教

授，并被选为柏林科学院院士。为表感激，黎曼向科学院提交了一篇名为《论小于给定数值的素数个数》的论文，该文发表在《柏林科学院月刊》(1859年11月号)。论文的手稿仅仅6页，但彻底轰动了整个数学界。

在这篇论文中黎曼定义了“Zeta函数” $\zeta(s)$ ，提出了有关素数分布的6个猜想。1892年法国数学家阿达玛证明第1、3、4猜想，1894年德国数学家曼戈尔特证明了第2、6猜想。唯第5个猜想迄今未获证明，这则猜想被称为“黎曼猜想”。

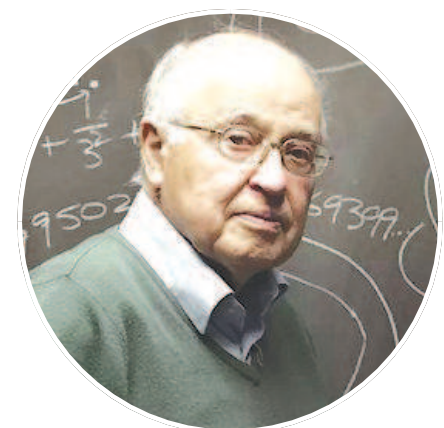
黎曼猜想的内容无法用完全初等的数学来描述。简单地说，它是一个被称为黎曼 ζ -函数的复变函数(即变量与函数值都可以在复数域中取值)的猜想。黎曼 ζ -函数跟许多其它函数一样，在某些点上的取值为零，那些点被称为黎曼 ζ -函数的零点。在那些零点中，有一部分特别重要的被称为黎曼 ζ -函数的非平凡零点。黎曼猜想所猜测的是那些非平凡零点的实数部分都等于1/2。即这些零点全部分布在复平面上横坐标等于1/2的特殊直线上。

黎曼猜想的研究已成为数学史上波澜壮阔的篇章，但直到今天仍然悬而未决，既没有被证明，也没有被推翻。

不过，数学家们已经从分析和数值计算这两个不同方面入手，对它进行了深入研究。在分析方面所取得的最强结果是证明了至少有40%的非平凡零点位于临界线上；而数值计算方面所取得的最强结果则是验证了前十万亿个非平凡零点全都位于临界线上。但10万亿次验证，并不能等同于一纸证明。因此数学家不断挑战黎曼猜想的极限。不仅如此，对黎曼猜想的研究也促进了相关学科的蓬勃发展。

人们发现，黎曼猜想甚至和一些复杂的物理现象也有千丝万缕的联系，这更增添了黎曼猜想的重要性与神秘性。据称，当代数学中大约有1000条以上的数学命题是以黎曼猜想(或其推广形式)为前提的。这就是说，黎曼猜想一旦被证明，所有那1000多条数学命题都可以“荣升”为数学定理；反之，如果黎曼猜想被推翻，这1000多条数学命题大部分就成了“陪葬”。

一条数学猜想成为如此众多数学命题正确性的“基石”，这在数学史上几乎是绝无仅有的，由此凸显黎曼猜想的重要意义。



VS



由数学家“智力构造”的问题，几乎主导着数学发展的方向

数学猜想是人类理性中最富有创造性的部分。数学发展史表明，数学家在尝试解决数学猜想过程中(无论最终是否解决)创造出大量有效的数学思想方法。这些数学方法已渗透到数学的各个分支并在数学研究中发挥着重要作用。

数学家哈尔莫斯说过，“问题是数学的心脏”。甚至可以说，一部数学的历史，就是人类探索和解“问题”的历史，这个“问题”可以是来自生产实践，来自对大自然的思考，更多则是来自数学家们的“智力构造”，尤其是进入近现代以来，数学家们“智力构造”的数学问题，几乎主导着数学发展的方向。

数学猜想是数学发展中最活跃、最主动、最积极的因素之一，是人类理性中最富有创造性的部分。数学猜想能够强烈地吸引数学家全身心投入，积极开展相关研究，从而推动数学发展。数学猜想一旦被证实，就将转化为定理，汇入数理学理论体系之中，从而丰富了数学理论。数学猜想也是创造数学思想方法的重要途径。数学发展史表明，数学家在尝试解决数学猜想过程中(无论最终是否解决)创造出大量有效的数学思想方法。这些数学方法已渗透到数学的各个分支并在数学研究中发挥着重要作用。

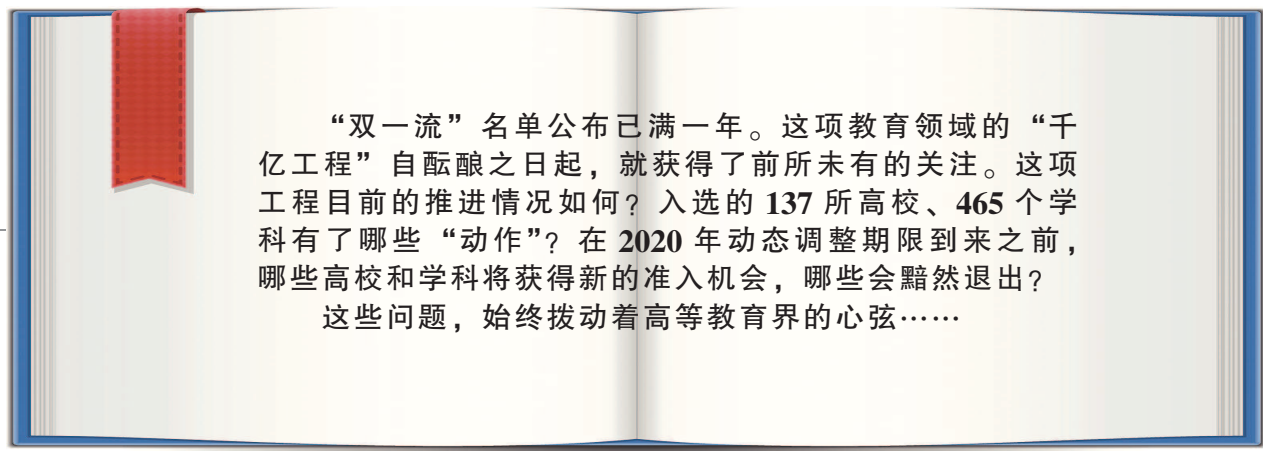
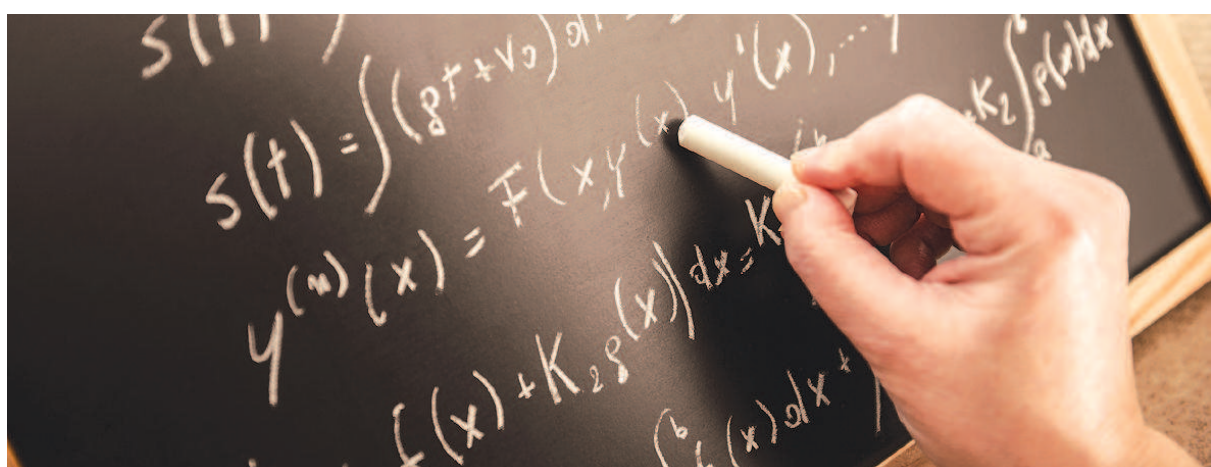
实际数学家大会上，德国数学家希尔伯特发表了著名的《数学问题》演说。作为当时的国际领袖数学家，希尔伯特以其深邃数学眼光，根据19世纪数学研究的成果与发展趋势提出了23个数学问题，对这些数学问题的意义、源泉及研究方法发表了精辟的见解。希尔伯特讲演强调重大数学问题乃是数学前进的指路明灯。他坚信数学不会因正在盛行的专门化趋势而被分割成不联系的孤立分支，数学作为一个整体的生命力正在于其各个部分间联系。

这23个问题涉及现代数学大部分重要领域，推动了20世纪数学的发展。这些问题有些已经获得证明，有些尚待证明。其中第八个问题是素数分布，包含了黎曼猜想、哥德巴赫猜想和孪生素数。

2000年，美国克雷研究所提出了7个世纪性的数学难题，并为每个问题设置了100万美元的奖金，黎曼猜想赫然列在其中。

希尔伯特在他《数学问题》的演说中指出：“历史教导我们，科学的

发展具有连续性……某类问题对于一般数学进展的深远意义以及他们在研究者个人的工作中所起的重要作用是不可否认的，只要一门科学分支能提出大量的问题，它就充满着生命力；而问题缺乏则预示着独立发展的衰亡或终止。正如人类的每项事业都追求着确定的目标一样，数学研究也需要自己的问题。正是通过这些问题的解决，研究者锻炼其钢铁意志，发现新方法和新观点，达到更为广阔和自由的境界。”希尔伯特在讲演中所阐发的相信每个数学问题都可以得到解决的信念，对数学工作者是一种巨大的鼓舞。他说：“在我们中间，常常听到这样的呼声——这里有一个数学问题，去找出它的答案！你能通过纯思惟找到它，因为在数学中没有ignorabimus(不可知)。”三十年后，1930年，在接受哥尼斯堡荣誉市民称号的讲演中，希尔伯特再次满怀信心地宣称：“Wir müssen wissen. Wir werden wissen. (我们必须知道，我们必将知道。)”(作者为上海交通大学科学史系教授)



“双一流”名单公布已满一年。这项教育领域的“千亿工程”自酝酿之日起，就获得了前所未有的关注。这项工程目前的推进情况如何？入选的137所高校、465个学科有了哪些“动作”？在2020年动态调整期限到来之前，哪些高校和学科将获得新的准入机会，哪些会黯然退出？这些问题，始终拨动着高等教育界的心弦……

评价大学“双一流”建设成效不以排行榜和奖项论英雄

■张端鸿

大学和学科排名成为“双一流”建设成效的“担保者”？

近一年来，所有省级行政区域都出台了“双一流”建设方案，所有“双一流”大学建设单位和“双一流”学科建设单位也都出台了相应的建设方案。仔细跟踪这些建设方案以及后续的建设举措可以发现，“双一流”建设高校和学科普遍将世界大学排名和世界学科排名作为追求的关键指标。“进入四大主流世界大学排名前300名、200名、100

名”“入选ESI全球前1%、1‰”“入选QS世界大学排名前100名、前50名”等提法逐渐成为备受业界追捧的建设目标。也有实力较弱的院校和学科期望通过国家科技奖来实现“出奇制胜”。

究其原因，当初“双一流”高校和学科的遴选首次大规模运用国际、国内第三方评价结果作为遴选参考依据，虽然官方并未公开具体标准，但相关“选

口径”还是通过各种方式传递到了各个层面。因为缺乏其他具有影响力和公信力的数据支撑，大学和学科排名数据正在日渐成为一种“双一流”建设成效的稀缺证据。很多业内人士都隐约感到，大学和学科排名正在逐渐扮演“双一流”建设成效“担保者”的角色。

尽管其方法粗糙、数据采集缺乏仔细推敲，但它毕竟将全球高等教育机构放到了同一个平台上进行比较，并且输出了结果，还成为了全球新闻传媒追捧的热点，产生了广泛的国际影响。

为何用有些指标排名会被认为是“学术歧视”？

当评价跟资源相挂钩，评价就具有了“指挥棒”的意义。随着排名“担保者”的形象日渐增强，其“指挥棒”效应便开始显现。

首先，高校人才培养的“挤出效应”进一步加剧。由于科研成果和项目成为了大学教师群体的重要关切，“双一流”建设高校教师们往往将更多时间和精力投放在了获取基金、产出论文上了。部分高校为了在短期内冲击项目和成果指标，正在大幅扩大专职科研人员及博士后人员规模。经济发达地区的博士后人员的薪酬，已经迅速涨到几十万元年薪不等，这使得欠发达地区吸引优秀青年人才难上加难。

第二，高校对“帽子”人才的青睐更甚。“千人”“青年千人”“杰青”“优青”等“帽子”人才往往在海内外

取得了一定的学术成就，又具有良好的成长性，引进他们往往能够在冲击指标上受到“以一当十”“以一当百”的奇效。其实，他们中的不少人才只是初步崭露头角的青年学者，距离成长为成熟的教学、科研人才还有很长的路要走。这种超常规的引入手段，破坏了基本的学术秩序，引发了一系列的管理问题。这几年流行的另一类“帽子”人才则是“高被引科学家”。高校新增一名“高被引科学家”，往往能导致大学排名上升几十乃至数百名位次。部分高校的学科建设管理部门，也因此将引进高被引科学家作为一段时期内学科建设的关键任务。

第三，对医学生命科学学科的重复建设。近年来，随着ESI指标成为世界一流大学和学科建设的重要指标，“双

一流”建设高校普遍加大了医学和生命科学学科的建设力度。其背后的原因是：医学与生命科学领域在ESI学科领域当中占据了小半壁江山，而多数“双一流”大学建设高校在工程学和自然科学领域已经取得了长足的进步，医学生命科学领域的空白会严重制约学校在ESI上取得进一步的表现。一些原本没有医科底子的高校都走上了合并医科、新建医科、共建医科的路子。

记得多位欧美院校研究专家曾多次向笔者提及，ESI主要是图书情报领域为科研提供检索和信息服务的工具，其指标意义仅仅局限于科学领域的研究成果、研究人员、研究热点等，不适合也不应当成为大学绩效评价的指标。归根究底，ESI虽然可以对机构的科学领域进行适度评价，但对人文和艺术领域并不具有评价功能，对社会和工程领域也仅仅具有科学研究部分的指征意义。因此，用它来做大学评价是一种“学术歧视”。

大学排名本质上是一种“大学的外部公关活动”

三流的企业做产品，二流的企业做品牌，一流的企业做标准。在中国“双一流”评价的重要时刻，一些大学排名机构敏锐地嗅到了进一步将大学排名提升为大学评价标准的机会——如果能将商业排名包装成科学评价，并被公共部门、建设高校以及师生校友所接受，那商业排名就自然成了行业标准。

近年来，所谓“主流大学排名”的提法不绝于耳。于是，大学排名公司针对不同的利益相关者展开了密集公关，力图主动为中国“双一流”建设的成效提供“担保”。他们所提供的各种排名数据也恰好为高校的建设成效提供证据。

但事实上，商业性排名不可能登堂入室成为评价标准。

首先，商业性排名难过科学关。大学评价是一个世界性难题。真正科学、严谨的大学和学科评价必须要面对高昂的成本，这也是很多公益性、独立性的国际组织难以有效组织这项工作的根本原因。而商业性排名机构则会严格控制成本，用他们可接受的低廉投入，选取相对少量的指标对大学这个巨型复杂机

构进行简化评价。尽管这些排名的影响在高等教育领域内争议不断，外界对排名的方法也多有批评，但除了个别高校采取拒绝提供数据的行动外，却很少有国际组织、政府组织和行业协会来有效遏制这些排名的发展。

联合国教科文组织的专家认为，大学排名本质上是一种大学的外部公关活动，通过数据来展示大学的优点，本质上是一种广告。由于它并没有对全球高等教育秩序造成很大的危害，又迎合了广大利益相关者的需要，媒体自然会追捧，而专业性的国际组织也觉得暂时没有必要去干预。

其次，商业性排名也难过独立关。从现有各类商业性大学排名运作的情况来看，基本分为企业办排名，媒体办排名和大学办排名三类。企业办排名需要由大学及其利益相关者那里获得营业收入，具有最直接和紧密的利益相关关系；媒体办排名需要由大学及其利益相关者那里获得广泛的关注，关注流量才是其核心利益；大学办排名需要同时扮演“裁判员”和“运动

员”两种角色。而真正的行业标准，一般是由具有第三方属性和特征的行业协会发布，其内在逻辑便是：排除利益相关关系对标准的影响。

再次，商业性排名难过可靠关。有专业人士注意到，商业性排名所选用的文献计量数据库在收录期刊和学科分类上存在先天的不完善或不匹配，简单处理后用于大学或学科评价，在很多情况下存在数据偏差。另外，部分商业排名所开展的全球学术声誉调查和全球雇主调查在抽样方面往往未经严格的推敲。在一些排名体系下，高校支付高额认证费或咨询费后，便可推荐学者或雇主加入调查，其可信度非常有限。

故此，有太多外在影响因素左右商业性排名结果，商业性大学排名并不具备为“双一流”绩效评价提供“担保”的资格，甚至在一般性的大学和学科的水平评价上也是有心无力。这也是为什么大学排名机构研发者在高等教育的研究者和管理者面前都会坦承相告：“大学排名并非排给专业人士看的，仅供外行参考。外行出于择校等目的了解大学的需要，而且他们只是需要一个并不一定很准确的信息。”

第三方评价只能为“双一流”建设提供“参考”而非“担保”

“双一流”建设绩效评价，属于公共投入项目的绩效评价，最终要实现以建设绩效为基础，也要通过必要的动态调整，避免“双一流”进入重点建设“固化”的状态。

从主管部门的立场来说，在对公共投入项目进行绩效评价的时候需要考量四方面内容：一是公共投入项目管理者在从事管理工作过程中所掌握的专业信息；二是一流大学或一流学科建设单位作为被投入对象所提供的建设成效证据和建设绩效证据；三是师生校友、重大项目委托者、国际合作者、校企合作者等利益相关者对相关院校或学科的评价。四是第三方独

立评价机构所提供的科学证据。具体而言，“双一流”建设绩效评价本质上是一项专业性的政府评价，其评价权属于行政权，但评价过程必须尊重大学具有办学自主权和大学利益相关者多元化等基本规律。所以评价过程除了行政机构自身掌握的情况外，还要充分采用建设主体、建设主体的利益相关者，以及第三方独立评价机构的各种支撑性信息。这里的第三方应当符合多元性、开放性、独立性和专业性基本原则。在对“双一流”高校和学科建设单位的遴选中，主管部门开展遴选评价其实也充分采集了各种多元、多渠道的专业性信息。

换言之，在未来的动态调整中，当大学综合排名在某个排行榜上进入前300名，学科排名在某个排行榜上进入前1‰或前50名，所在学科有团队获得国家科技奖项一等奖或二等奖，并不能确保不出局。对高校和学科而言，“双一流”建设是一个以我为主，不断追求新境界，不断挑战新高度的过程，国家会比以往任何时候都更加重视绩效评价和动态调整，但并不存在“一刀切”的遴选和调整标准。

国家兴则大学兴，大学兴则学科兴。世界一流终将归属那些具有一流眼界、一流心胸、一流管理、一流培养和一流产出的高校和学科。

(作者为同济大学高等教育研究所副教授、教育政策研究中心主任)